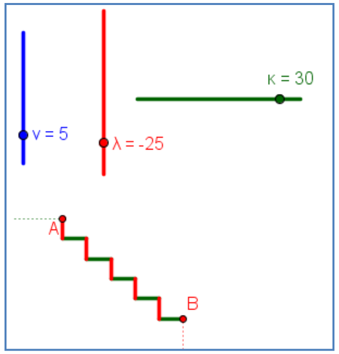
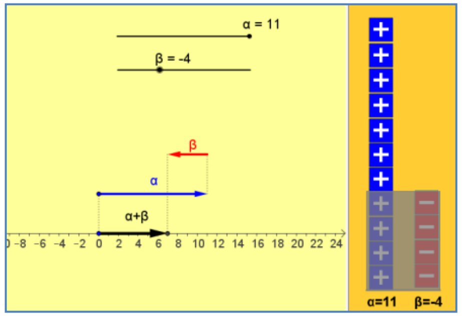
Προσδοκώμενα Αποτελέσματα *(Διδακτικοί στόχοι)*	***Βασικά θέματα***	***Ενδεικτικές Δραστηριότητες***	**Εκπαιδευτικό Υλικό** *(Μαθησιακά αντικείμενα)*
Αρ02. Αναγνωρίζουν και εκφράζουν συμβολικά την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης και τη χρησιμοποιούν στην επίλυση προβλημάτων. *Αρ06*. Διερευνούν και εφαρμόζουν έννοιες από τη θεωρία αριθμών (παραγοντοποίηση φυσικών, παράγοντες, πολλαπλάσια, πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί, διαιρετότητα, ΜΚΔ, ΕΚΠ) στην επίλυση προβλημάτων.	***Φυσικοί Αριθμοί –Διαιρετότητα*** • Ευκλείδεια διαίρεση, ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα με τη διάταξη μαθητών** Το πρόβλημα της διάταξης των μαθητών ενός σχολείου σε τριάδες, τετράδες, πεντάδες κ.λπ. μπορεί να αποτελέσει μία ευκαιρία διδακτικής αξιοποίησης των δυνατοτήτων που διαθέτουν τα σύγχρονα εκπαιδευτικά λογισμικά. **Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία** Η διδακτική πορεία είναι χρήσιμο να αναλυθεί σε διακριτές φάσεις. Κατά την πρώτη φάση ο διδάσκων θέτει στους μαθητές το πρόβλημα της διάταξης συγκεκριμένου αριθμού μαθητών (π.χ 138 μαθητές σε πεντάδες). Στη συνέχεια παρουσιάζει στην οθόνη του διαδραστικού πίνακα το αρχείο του λογισμικού και ζητά από τους μαθητές να αναγνωρίσουν μία προς μία τις έννοιες της Ευκλείδειας διαίρεσης στις αναπαραστάσεις της οθόνης. Στο σημείο αυτό ζητά από έναν μαθητή να χειριστεί τον δρομέα των Σειρών ώστε να βρει πόσους μαθητές θα πρέπει να έχει κάθε σειρά για να μην περισσεύει κανείς μαθητής. Εδώ ο στόχος είναι να αναγνωρίσουν οι μαθητές ότι μέσω της διερεύνησης αυτής ουσιαστικά αναζητούν τους διαιρέτες του αριθμού 138. Στην επόμενη φάση ο διδάσκων καλεί μαθητές στον πίνακα ώστε να αναζητήσουν τους διαιρέτες κατάλληλα προεπιλεγμένων αριθμών από τον ίδιο και να αποστασιοποιηθούν από το αρχικό πρόβλημα της διάταξης των μαθητών. Εδώ ενδιαφέρον έχει η περίπτωση των αριθμών 137 και 139 οι οποίοι είναι και οι δύο πρώτοι αριθμοί και αποτελούν μία πρώτης τάξεως ευκαιρία να ερευνήσουν οι μαθητές τους αμέσως επόμενους πρώτους αριθμούς με το ψηφιακό εργαλείο. **Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση** Μία ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα διερεύνηση, αν και προχωρημένη ως προς τις γνωστικές απαιτήσεις, είναι η αναζήτηση ισοϋπόλοιπων αριθμών. Για παράδειγμα οι αριθμοί 108 και 132 είναι ισοϋπόλοιποι ως προς 8 αφού αν διαιρεθούν με 8 αφήνουν και οι δύο υπόλοιπο 4 οπότε γράφουμε συμβολικά 108≡132(mod8). Αν τώρα ορίσουμε ο δρομέας των μαθητών να αυξάνει κατά 8 και ο δρομέας των Σειρών να έχει τιμή 8, τότε σύροντας τον δρομέα των μαθητών μπορούμε να εντοπίσουμε οσουσδήποτε αριθμούς ισοϋπόλοιπους (mod8).	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6189?locale=el ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14342 

Αρ8. Αναγνωρίζουν και αναπαριστούν ακέραιους αριθμούς σε διαφορετικά πλαίσια	***Ακέραιοι αριθμοί*** • επέκταση των φυσικών στους ακεραίους	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα με μια δυναμική σκάλα** Μία δυναμική σκάλα στην οθόνη δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να αισθητοποιήσουν την έννοια του ακεραίου αριθμού καθώς μία σκάλα μπορεί να χρησιμεύσει για άνοδο (+), για κάθοδο (-), για πορεία προς τα δεξιά (+) ή για πορεία προς τα αριστερά (-). **Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία.** Η διδακτική πορεία είναι χρήσιμο να αναλυθεί σε διακριτές φάσεις. Κατά την πρώτη φάση ο διδάσκων καλεί έναν μαθητή να χειριστεί στον διαδραστικό τους 3 δρομείς (ν, κ, λ) ώστε οι μαθητές να γνωρίσουν ποια μεγέθη μεταβάλλει καθένας από αυτούς. Η φάση αυτή ολοκληρώνεται μέσα από την διαπραγμάτευση των ερωτημάτων που εμφανίζονται από το κουμπί ¨ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ¨ Μετά από αυτή τη διαδικασία ο διδάσκων θέτει το ερώτημα πως μπορεί να κατασκευαστεί μία σκάλα η οποία να οδηγεί από το ισόγειο στο υπόγειο σε βάθος 3 μέτρων και συνολικό πλάτος 4 μέτρων. Στη φάση αυτή οι μαθητές εργάζονται στο τετράδιό τους, προτείνουν λύσεις τις οποίες υλοποιούν στον διαδραστικό πίνακα. Συγκεκριμένα από κάθε ζεύγος μαθητών που έχει υπολογίσει μία λύση σηκώνεται ένας μαθητής και υλοποιεί τη λύση αυτή στον διαδραστικό. Εδώ δίνεται η ευκαιρία στο διδάσκοντα να διαπραγματευτεί με τους μαθητές δύο σημαντικά πράγματα: τη δυνατότητα να έχουμε περισσότερες από μία λύσεις και την ανάγκη να γίνει έλεγχος ποιες από τις λύσεις αυτές είναι ρεαλιστικές. Στην τελευταία φάση ο διδάσκων μπορεί να ζητά από τους μαθητές να εκφράζουν σε τριάδες (ν, κ, λ) σκάλες με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά π.χ μία σκάλα που ανεβαίνει σε ύψος 5 μέτρων και έχει πλάτος 4 μέτρα μπορεί να εκφραστεί από τις τριάδες (20, 20 ,25) ή (20, -20, 25) κ.λ.π. Κάποιες εικόνες από το διαδίκτυο με σκάλες θα μπορούσαν να κάνουν ακόμη πιο ενδιαφέρουσες τις δραστηριότητες. Αυτής της μορφής δραστηριότητες θα μπορούσε να αναθέσει στους μαθητές για κατ οίκος εργασία. **Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση** Ολοκληρώνοντας θα πρέπει να επισημανθεί ότι μία δυναμική σκάλα αποτελεί μία πρώτης τάξεως παράσταση για επέκταση των δραστηριοτήτων και σε άλλες γνωστικές περιοχές, όπως για παράδειγμα στην περιοχή των αναλογιών. Το πλήθος των σκαλιών δεν επηρεάζει τον λόγο ύψος/πλάτος μιας σκάλας, έτσι υπάρχει δυνατότητα σύνδεσης μιας αναλογίας με δύο σκάλες των οποίων τα σκαλοπάτια έχουν τις αυτές διαστάσεις αλλά έχουν διαφορετικό πλήθος από	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6194?locale=el ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14349 

		σκαλοπάτια.	
Αρ12. Προσθέτουν ακέραιους αριθμούς χρησιμοποιώντας στην αρχή μοντέλα- μεταφορές και καταλήγουν στον ορισμό της πρόσθεσης ακεραίων. *Αρ13.* Κατανοούν την έννοια των αντίθετων ως τους αριθμούς με άθροισμα 0.	***Ακέραιοι αριθμοί*** • επέκταση των φυσικών στους ακεραίους	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα με την πρόσθεση ακεραίων αριθμών** Το μικροσενάριο αφορά την αισθητοποίηση των εννοιών των αρνητικών αριθμών και της πρόσθεσης ακεραίων. Χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα δύο μοντέλα, το μοντέλο της διαδοχικής αναπαράστασης των δύο αριθμών πάνω στην αριθμογραμμή και το μοντέλο των διακριτών θετικών – αρνητικών καρτών. Και τα δύο μοντέλα μπορούν να συνδεθούν με πραγματικά πλαίσια και είναι συνεπή και στις υπόλοιπες πράξεις των ακεραίων. **Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία.** Σε πρώτη φάση ο διδάσκων γράφει προσθέσεις ομόσημων αριθμών (π.χ. (+5)+(+7) ή (-3)+(-8)) και ζητά να σηκώνονται μαθητές στο διαδραστικό πίνακα (κάθε πράξη και άλλος μαθητής) και με την βοήθεια των αναπαραστάσεων να βρίσκουν τα αποτελέσματα των πράξεων. Στη συνέχεια, γράφει ο εκπαιδευτικός την κάθε πράξη, ακούγονται πρώτα όλες οι απόψεις των μαθητών και μετά ο μαθητής που είναι στον πίνακα δίνει τις αντίστοιχες τιμές στα α και β. Μετά από ένα εύλογο αριθμό παραδειγμάτων, ο εκπαιδευτικός ζητά από τους μαθητές να διατυπώσουν τον αντίστοιχο ορισμό. Ερωτήσεις όπως: «αν ένα ρομπότ που ξεκινά από το 0 και «βλέπει» προς τους θετικούς αριθμούς, κινηθεί πρώτα μπροστά και μετά ξανά μπροστά, που θα βρίσκεται σε σχέση με το 0 και πόσο μακριά από αυτό;» ή « αν η ομάδα έχει θετικές κάρτες και πάρει κι άλλες θετικές κάρτες, το σκορ του θα είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός;», μπορούν να βοηθήσουν στις διερευνήσεις των μαθητών. Σε δεύτερη φάση, οι αριθμοί που προστίθενται αρχικά είναι αντίθετοι. Εύκολα οι μαθητές διαπιστώνουν ότι το άθροισμα είναι 0 αφού ίσος αριθμός θετικών και αρνητικών καρτών αλληλοαναιρούνται ή στο μοντέλο με την αριθμογραμμή, αν το ρομπότ κινηθεί μπροστά και μετά ίδιο αριθμό βημάτων προς τα πίσω, θα βρίσκεται πάλι στο 0. Ακολουθούν στη συνέχεια πράξεις με ετερόσημους αριθμούς, με την ίδια διαδικασία με τους ομόσημους και αφού είναι εμφανές ότι οι μαθητές μπορούν να βρουν νοερά το αποτέλεσμα, τους παρακινεί ο εκπαιδευτικός να βρουν τον αντίστοιχο ορισμό. Για πράξεις όπως (+7)+(-10), ερωτήσεις όπως: «Αν προχωρήσει το ρομπότ 7 μπροστά και μετά 10 βήματα προς τα πίσω, θα βρίσκεται στους θετικούς ή στους αρνητικούς αριθμούς; Σε ποιον αριθμό θα βρίσκεται και τι σχέση έχει ο αριθμός αυτός με το 7 και το -10;» ή για	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6192?locale=el ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14348 

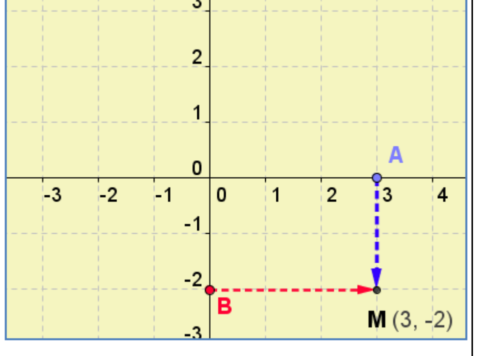
		την πράξη (+8)+(-3):«αν μία ομάδα έχει 8 θετικές κάρτες και πάρει 3 αρνητικές κάρτες, τι είδους και πόσες κάρτες θα περισσέψουν;». Αναμένεται ότι θα δυσκολευτούν οι μαθητές στην διατύπωση των ορισμών (ιδίως στην διατύπωση της πρόσθεσης ή της αφαίρεσης των απολύτων τιμών) και είναι σημαντικό να θέσει ο εκπαιδευτικός τις κατάλληλες ερωτήσεις, ώστε αλληλεπιδρώντας οι μαθητές να καταφέρουν να διατυπώσουν τους ορισμούς, ενώ το δόμημα θα βοηθήσει για την αισθητοποίησή τους. **Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση** Επειδή η αναγκαιότητα χρήσης του ορισμού δεν είναι προφανής για τους μαθητές όταν αθροίζονται ακέραιοι αριθμοί από -10 έως 10, ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να αποκρύψει τα «Γραφικά2» (οι κάρτες καλύπτουν τους αριθμούς από -11 έως +11), να αλλάξει το εύρος των αριθμών που εμφανίζονται στην αριθμογραμμή και τα όρια των δύο αριθμών και η αναπαράσταση του αθροίσματος να βοηθά μεν στην εύρεση του προσήμου του, όχι όμως και στο τελικό αποτέλεσμα. Οι μαθητές θα χρησιμοποιήσουν τον ορισμό και θα κατανοήσουν την αναγκαιότητα της χρήσης του. Επίσης, θα μπορούσε ο διδάσκων να αλλάξει το βήμα αύξησης στους δύο αριθμούς και από 1, να το κάνει δεκαδικό αριθμό π.χ. 0,1 ή 0,01, ώστε να μπορούν να αναπαριστάνουν και την πρόσθεση ρητών αριθμών.	
Αρ 19. Αναγνωρίζουν το κλάσμα ως μια αναπαράσταση του αποτελέσματος της διαίρεσης δύο φυσικών και τα ισοδύναμα κλάσματα ως διαφορετικές αναπαραστάσεις του ίδιου αποτελέσματος.	***Ρητοί αριθμοί*** • επέκταση των ακεραίων στους ρητούς, πυκνότητα ρητών	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Ισοδύναμα κλάσματα** Τα ισοδύναμα κλάσματα παριστάνονται ως διαμερίσεις του κύκλου που καλύπτουν το ίδιο τμήμα του κύκλου αλλά κάθε φορά με διαφορετικό μοναδιαίο κυκλικό τομέα. Στο σημείο αυτό βρίσκεται η προστιθέμενη αξία των προτεινόμενων δραστηριοτήτων καθώς μέσω του λογισμικού οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν και να διερευνήσουν δυναμικά κυκλικούς τομείς ισοδυνάμων κλασμάτων. **Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία** Κατά την πρώτη φάση ο διδάσκων δείχνει στους μαθητές τις λειτουργίες των δρομέων στην οθόνη. Στη συνέχεια διαπραγματεύεται με τους μαθητές τρόπους με τους οποίους μπορούμε να κατασκευάσουμε ισοδύναμα κλάσματα ενός συγκεκριμένου κλάσματος. Στο σημείο αυτό ζητά από έναν μαθητή να χειριστεί τον δρομέα α όταν ο δρομέας δ έχει τιμή 8 ο δε β την τιμή 24. Εδώ ο στόχος είναι να αναγνωρίσουν οι μαθητές ότι μέσω της διερεύνησης αυτής ουσιαστικά αναζητούν ισοδύναμα κλάσματα με παρονομαστές 8 και 24. Αναμένεται να αναγνωρίσουν ότι κάθε φορά που συμπίπτουν δύο ακτίνες δημιουργούνται	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6198?locale=el ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14353 

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>ισοδύναμα κλάσματα. Επιπλέον η σύμπτωση δύο ακτίνων μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους άρα μπορούν να ανακαλύπτουν πολλά ισοδύναμα κλάσματα.
Στην επόμενη φάση ο διδάσκων αλλάζει τις τιμές των β και δ και διαπραγματεύεται με τους μαθητές σε ποιες περιπτώσεις η εύρεση ισοδυνάμων κλασμάτων χρειάζεται περισσότερες δοκιμές και σε ποιες περιπτώσεις η εύρεση αυτή είναι σχετικά απλή.

Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση
Ολοκληρώνοντας θα πρέπει να επισημανθεί ότι ο διδάσκων μπορεί να επεκτείνει τις δραστηριότητες επεμβαίνοντας κατάλληλα στους δύο δρομείς του αρχείου λογισμικού. Συγκεκριμένα θα μπορούσε να αυξήσει το εύρος των τιμών ώστε να δίνεται η δυνατότητα διερεύνησης ισοδυνάμων κλασμάτων με πολύ μεγαλύτερους παρονομαστές.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Α2. Προσδιορίζουν ένα σημείο (ως διατεταγμένο ζεύγος) σε σύστημα αξόνων.</td>
<td>Κανονικότητες - Συναρτήσεις
• αλγεβρική και γραφική αναπαράσταση κανονικοτήτων</td>
<td>ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα με την παράσταση σημείων στο επίπεδο
Οι δραστηριότητες που προτείνονται σε αυτό το μικροσενάριο είναι κατάλληλες για την αισθητοποίηση εννοιών σχετικά με την παράσταση σημείων στο επίπεδο. Η απεικόνιση σημείων στο επίπεδο αποτελεί μία από τις προαπαιτούμενες έννοιες σε μεγαλύτερες τάξεις, με αποτέλεσμα να συναντά σημαντικές δυσκολίες ένας μαθητής που δεν έχει αναπτύξει την απαραίτητη κατανόηση γι αυτή την μορφή αναπαράστασης.

Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία.
Σε πρώτη φάση, θα πρέπει οι μαθητές να κατανοήσουν τον τρόπο με τον οποίο συμβολίζεται ένα σημείο στο επίπεδο. Μπορεί ο εκπαιδευτικός να ζητήσει από ένα μαθητή να μεταβάλλει στο διαδραστικό πίνακα τη θέση του σημείου Α και να περιγράψουν οι υπόλοιποι μαθητές τι μένει σταθερό και τι αλλάζει στις συντεταγμένες του σημείου Μ. Όμοια για το σημείο Β. Θα πρέπει να εστιάσει ο εκπαιδευτικός ιδιαίτερα στα σημεία που είναι πάνω στους άξονες και καλό είναι να προτρέψει τους μαθητές να γενικεύσουν, ότι δηλαδή ένα οποιοδήποτε σημείο στον χ΄χ είναι της μορφής (α,0), ενώ ένα σημείο στον άξονα ψ΄ψ της μορφής (0,α).

Σε δεύτερη φάση, οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να αναγνωρίζουν τις συντεταγμένες συγκεκριμένων σημείων. Επιλέγοντας «Σημεία στο επίπεδο» εμφανίζονται τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ και Ι. Ο εκπαιδευτικός καλεί διαφορετικούς κάθε φορά μαθητές να γράψουν στο λογιστικό φύλο κατά γραμμές τις συντεταγμένες ενός σημείου και μετά επιλέγοντας τα δύο κελιά, με δεξί κλικ</td>
<td>http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6190?locale=el
ή
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14346


</td>
</tr>
</table>

		επιλογή «Δημιουργία» και «Λίστα σημείων». Θα αποτυπωθεί το κάθε σημείο του λογιστικού φύλλου στο σύστημα αξόνων και θα γίνει εμφανές αν έχει κάνει λάθος ο μαθητής, οπότε και διορθώνει. Τα σημεία Α έως Ι είναι ελεύθερα, οπότε μπορεί να τα μετακινήσει ο εκπαιδευτικός και να επαναλάβει ξανά τη δραστηριότητα, για διαφορετικά σημεία. Θα πρέπει όμως, πριν προχωρήσει σε άλλη δραστηριότητα, να επιλέξει τα στοιχεία του πίνακα και να τα διαγράψει, διαφορετικά θα είναι ορατά στην οθόνη και στις άλλες δραστηριότητες. Σε τρίτη φάση, οι μαθητές θα διερευνήσουν τη μορφή των σημείων του επιπέδου που βρίσκονται πάνω στην διχοτόμο του πρώτου και τρίτου τεταρτημορίου (ευθεία ψ=χ). Θα πρέπει να επιλέξουν το κουμπί «Ευθεία ΓΔ» και να απαντήσουν στην ερώτηση: «Μετακινήστε τα σημεία Α και Β ώστε το σημείο Μ να ανήκει πάνω στην ευθεία ΓΔ. Δοκιμάστε κι άλλες φορές. Τι παρατηρείται; Μπορείτε να γράψετε σε μια γενικευμένη μορφή τις συντεταγμένες ενός σημείου που βρίσκεται επάνω στην ευθεία ΓΔ;». Αναμένεται ότι μετά από συζήτηση και διαπραγμάτευση μέσα στην τάξη, οι μαθητές θα απαντήσουν ότι το σημείο Μ είναι της μορφής (α,α). Θα μπορούσε να επαναληφθεί αυτή η δραστηριότητα για την ευθεία ψ=-χ (για να εμφανιστεί αρκεί να γραφεί στο πεδίο «Εισαγωγή» η εξίσωση y=-x). Αν ο εκπαιδευτικός επιλέξει να δουλέψουν οι μαθητές σε σύστημα ημιαξόνων, υπάρχει στο δόμημα σχετική τεχνική βοήθεια. **Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση** Επιλέγοντας του κουμπί «Επέκταση» εμφανίζεται το ορθογώνιο ΕΖΗΘ και οι μαθητές καλούνται να βρουν τα όρια της τετμημένης και της τεταγμένης του σημείου Μ ώστε να ανήκει πάνω στις πλευρές του ορθογωνίου. Θα μπορούσε να ρωτήσει ο εκπαιδευτικός τους μαθητές, ποια θα ήταν τα όρια αν το σημείο Μ κινούνταν πάνω αλλά και εσωτερικά του ορθογωνίου. Στη συνέχεια, θα μπορούσε να ζητήσει από τους μαθητές να μεταφέρουν και να μεταβάλουν το ορθογώνιο έτσι ώστε τα σημεία που βρίσκονται πάνω σ’ αυτό, να έχουν συγκεκριμένα όρια π.χ. η μεν τετμημένη να είναι από -5 έως -1 και η τεταγμένη από -3 έως 0. Ενδιαφέρον θα είχε επίσης, να ζητηθεί από τους μαθητές να σχεδιάσουν στο τετράδιό τους την περιοχή του επιπέδου όπου η τετμημένη των σημείων της δεν παίρνει τιμές ανάμεσα στο -2 και 2 και η τεταγμένη δεν παίρνει τιμές ανάμεσα στο -3 και 3. Το πιθανότερο είναι οι μαθητές να σχεδιάσουν το εξωτερικό του αντιστοίχου ορθογωνίου αλλά με την κατάλληλη υποστήριξη από τον εκπαιδευτικό, συζήτηση και διαπραγμάτευση.	

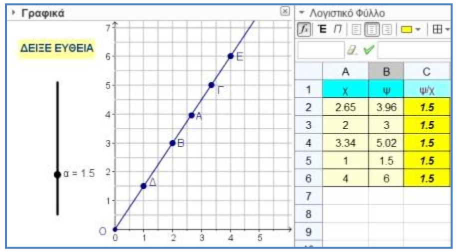
<table>
<tr>
<td>Α3. Αναπαριστούν κανονικότητες με εικόνες, με πίνακες και με σημεία σε σύστημα ημιαξόνων ή αξόνων και μεταβαίνουν από τη μία αναπαράσταση στην άλλη.</td>
<td>Κανονικότητες - Συναρτήσεις
• αλγεβρική και γραφική αναπαράσταση κανονικοτήτων</td>
<td>ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Δημιουργία και παράσταση μοτίβων

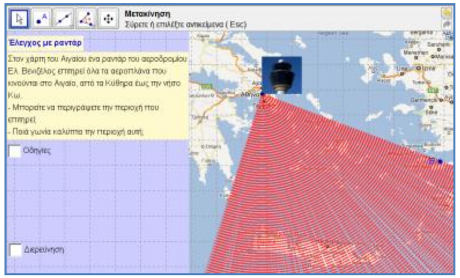
Τα αριθμητικά μοτίβα της αριθμητικής προόδου και των αναλόγων ποσών αποτελούν μία πρώτης τάξεως ευκαιρία για τους μαθητές να δημιουργήσουν, να παραστήσουν και να διορθώσουν απλά μοτίβα.

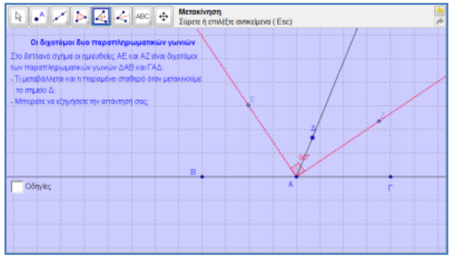
Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία.

Κατά την πρώτη φάση ο διδάσκων κάνει μία σύντομη παρουσίαση των εργαλείων του λογισμικού και των παραστάσεων (σημεία, άξονες, πίνακας κ.λ.π) που προβάλλονται στην οθόνη. Συγχρόνως δείχνει τον τρόπο με τον οποίο αλληλεπιδρούν οι τιμές των συντεταγμένων των σημείων με τα 5 σημεία στην οθόνη. Συγκεκριμένα σύρει μερικά σημεία ώστε να φανεί η μεταβολή των συντεταγμένων τους στο λογιστικό φύλλο και στη συνέχεια αλλάζει τιμές στο λογιστικό φύλλο ώστε να φανούν οι μετακινήσεις των αντίστοιχων σημείων στους άξονες.
Μετά από αυτή τη διαδικασία ο διδάσκων ζητά από τους μαθητές να του αναφέρουν πέντε ζεύγη τιμών από 2 ποσά x και y στα οποία το δεύτερο παίρνει τιμές 1,5 φορές μεγαλύτερες από το πρώτο και καταχωρεί τις τιμές αυτές στο λογιστικό φύλλο. Η παράσταση των σημείων θα γίνει αντικείμενο διαπραγμάτευσης μέσα στην τάξη ώστε να προκύψουν κάποια συμπεράσματα σχετικά με τη διάταξη των σημείων.
Στην επόμενη φάση ο διδάσκων χαλάει τη διάταξη των σημείων απομακρύνοντας 1 ή 2 σημεία από την ευθεία των υπολοίπων στον πίνακα και ζητά από τους μαθητές τρόπους με τους οποίους θα μπορούσε να αποκατασταθεί η συγγραμικότητα. Εδώ οι τιμές των συντεταγμένων στο λογιστικό φύλλο καθώς και η στήλη με τον λόγο y/x θα αποτελέσουν τα βασικά σημεία στα οποία θα επικεντρωθεί η διαδικασία επανένταξης των απομακρυσμένων σημείων.
Το σημείο αυτό είναι κατάλληλο για την χρήση της δυναμικής ευθείας που εμφανίζεται με τον δρομέα της από το κουμπί ¨ΔΕΙΞΕ ΕΥΘΕΙΑ¨ . Η ευθεία αυτή θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί από έναν μαθητή στον πίνακα ώστε να αποτελέσει ένα ακόμη εργαλείο ελέγχου της συνευθειακότητας των σημείων.

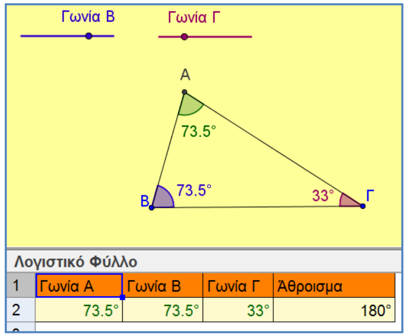
Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση
Υπάρχουν αρκετές δυνατότητες επέκτασης των δραστηριοτήτων όπως για παράδειγμα η διερεύνηση των συντεταγμένων 4 σημείων όταν αυτά είναι κορυφές ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Η διερεύνηση σημείων τα οποία είναι μεν συνευθειακά αλλά η ευθεία τους δεν περνά από την αρχή των αξόνων. Η διερεύνηση σημείων των οποίων οι τετμημένες διαφέρουν κατά σταθερό αριθμό (αριθμητική πρόοδος) και οι τεταγμένες διαφέρουν κατά σταθερό αριθμό ίδιο ή</td>
<td>http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6191?locale=el
ή
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14347

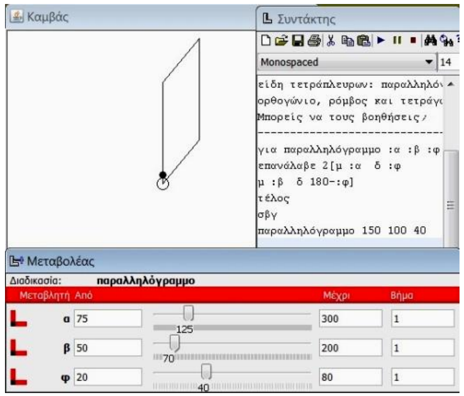

</td>
</tr>
</table>

		διαφορετικό από τον πρώτο (αριθμητική πρόοδος).	
Γ1. Διερευνούν τα γεωμετρικά σχήματα και διαμορφώνουν ορισμούς.	***Γεωμετρικά σχήματα*** • αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση των γεωμετρικών σχημάτων	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα για την έννοια της γωνίας** Αρκετές από τις δυσκολίες των μαθητών στην κατάκτηση της έννοιας της γωνίας προέρχεται από το γεγονός ότι συχνά διδάσκεται στατικά και αποκομμένη από τα διαισθητικά στοιχεία που περιέχει η έννοια της στροφής. Ένα τέτοιο παράδειγμα δυσκολίας είναι το γεγονός ότι οι μαθητές συχνά συνδέουν το άνοιγμά της με το μήκος των πλευρών της. Στο περιβάλλον του προτεινόμενου μικροπειράματος «Έλεγχος με ραντάρ»[1] οι μαθητές μπορούν να περιστρέφουν την ημιευθεία Αθήνα – Β, που αισθητοποιεί μια ακτίνα του ραντάρ του αεροδρομίου, για να καθορίσουν μια περιοχή ελέγχου. Έτσι οι ίδιοι ορίζουν μια περιοχή του επιπέδου η οποία καθορίζεται αποκλειστικά από την περιστροφή μιας ημιευθείας και όχι από το μήκος μιας πλευράς της. Ακόμα, η έννοια της γωνίας συνδέεται με την έννοια της στροφής που είναι πιο κοντά στις εμπειρίες των μαθητών. **Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία.** Η διδακτική πορεία είναι χρήσιμο να αναλυθεί σε διακριτές φάσεις. Κατά την πρώτη φάση ο διδάσκων θέτει στους μαθητές το πρόβλημα της λειτουργίας του ραντάρ του αεροδρομίου και του γεγονότος ότι μια ακτίνα που ξεκινά από το αεροδρόμιο ελέγχει μια μεγάλη περιοχή για την κίνηση των ιπτάμενων αντικειμένων. Στη συνέχεια παρουσιάζεται στον διαδραστικό πίνακα το μικροπείραμα «Έλεγχος με ραντάρ» και ένας από τους μαθητές καλείται να ορίσει την περιοχή ελέγχου από τα Κύθηρα μέχρι την Κω. Ακολούθως οι μαθητές καλούνται να περιγράψουν την περιοχή που ορίστηκε από την περιστροφή της ημιευθείας με τον δικό τους τρόπο. Οι μαθητές αναμένεται να χρησιμοποιήσουν φράσεις που συνδέονται με την στροφή γύρω από σημείο, την ημιευθεία, το μέρος επιπέδου και να τα συνδέσουν με την έννοια της γωνίας, όπως την έχουν αισθητοποιήσει από τις προηγούμενες τάξεις. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να βασιστεί σε όσα οι μαθητές εκφράσουν για να έχει διάλογο με όλη την τάξη σχετικό με την έννοια της γωνίας και τον τρόπο με τον οποίο περιγράφεται, σχεδιάζεται και μετράτε. Στην επόμενη φάση καλεί τους μαθητές να εμπλακούν με την προτεινόμενη διερεύνηση και να χρησιμοποιήσουν τα προτεινόμενα εργαλεία για να σχεδιάσουν και να μετρήσουν τις γωνίες που όρισαν και συνέκριναν.	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6193?locale=el ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14354 

		Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση Ο εκπαιδευτικός μπορεί: Να ζητήσει από τους μαθητές να σχεδιάσουν διάφορες γωνίες και να μετρήσουν το άνοιγμά τους στο πλαίσιο του συγκεκριμένου μικροπειράματος. Να ζητήσει από τους μαθητές να σχεδιάσουν διάφορα γεωμετρικά σχήματα και να μετρήσουν τις γωνίες τους.	
Γ3. Χρησιμοποιούν κανόνα, διαβήτη και άλλα εργαλεία για να διατυπώσουν και να ελέγξουν εικασίες σχετικά με τις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων (είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες και ως προς τις πλευρές, είδη τετραπλεύρων, γωνίες που σχηματίζονται από δύο παράλληλες και μία τέμνουσα). *Γ4.* Διερευνούν και αιτιολογούν τις ιδιότητες των σχημάτων με επαγωγικούς συλλογισμούς και (μη τυπικές) αποδείξεις.	***Γεωμετρικά σχήματα*** • ανάλυση των βασικών γεωμετρικών σχημάτων σε στοιχεία και ιδιότητες	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα με τις διχοτόμους εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών** Στο συγκεκριμένο μικροπείραμα αναμένεται να συμβεί το δεύτερο. Δηλαδή οι μαθητές να διατυπώσουν μια σχέση και να επιχειρήσουν να την αποδείξουν με λογικά επιχειρήματα. Η πρόσθετη αξία του συγκεκριμένου δομήματος προέρχεται από το γεγονός ότι δίνει την δυνατότητα στους μαθητές να πειραματιστούν με διάφορες εκδοχές των εφεξής παραπληρωματικών γωνιών και να παρατηρήσουν την γωνία των διχοτόμων τους. **Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία.** Η διδακτική πορεία είναι χρήσιμο να αναλυθεί σε διακριτές φάσεις. Κατά την πρώτη φάση ο διδάσκων ζητεί από τους μαθητές, με τη βοήθεια των γεωμετρικών τους οργάνων να σχεδιάσουν στο τετράδιό τους δύο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες και αφού σχεδιάσουν τις διχοτόμους τους, να μετρήσουν το άνοιγμα της γωνίας των δύο διχοτόμων. Στην επόμενη φάση, παρουσιάζει στον διαδραστικό πίνακα το μικροπείραμα «οι διχοτόμοι παραπληρωματικών γωνιών[2]» και καλεί μαθητές στον διαδραστικό πίνακα να μεταβάλλουν το άνοιγμα των δύο γωνιών και να παρατηρούν την γωνία των δύο διχοτόμων. Μάλιστα, για να μην δημιουργηθούν παρανοήσεις οι μαθητές πρέπει να μετακινούν το Δ έτσι ώστε οι παραπληρωματικές γωνίες να παραμένουν πάντα στο ένα ημιεπίπεδο. Στη συνέχεια ζητά από τους μαθητές να απαντήσουν στα δύο ερωτήματα του μικροπειράματος: *Τι μεταβάλλεται και τι παραμένει σταθερό όταν μετακινούμε το σημείο Δ;* *Μπορείτε να εξηγήσετε την απάντησή σας;* Οι μαθητές έχοντας (1) προσωπική εμπειρία από την κατασκευή του σχήματος στο	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6199?locale=el ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14356 

		χαρτί με τα γεωμετρικά όργανα και (2) πλούσιες νοητικές εικόνες από τα πειράματα στον διαδραστικό πίνακα αναμένεται να διατυπώσουν σχετικά εύκολα την εικασία ότι η γωνία των δύο διχοτόμων είναι 90^o. Στην τρίτη φάση, επίσης, επειδή αναμένεται να δυσκολευτούν να εξηγήσουν γιατί η γωνία παραμένει πάντοτε 90^o, ο εκπαιδευτικός θα αφιερώσει αρκετό χρόνο και διάλογο με όλη την τάξη προκειμένου να βοηθήσει τους μαθητές να διατυπώσουν δικά τους επιχειρήματα. Μπορεί με κατάλληλα ερωτήματα να δώσει την δυνατότητα στους μαθητές Να σκεφτούν τη σχέση των δύο γωνιών που δημιουργεί η διχοτόμος μιας γωνίας. Να συνδέσουν την γωνία των 90^o με την γωνία των παραπληρωματικών γωνιών. Να διατυπώσουν έναν παραγωγικό συλλογισμό σχετικά με την γωνία των διχοτόμων, όπως για παράδειγμα: *Κάθε μια από τις γωνίες που ορίζει η διχοτόμος είναι ίσες. Άρα η γωνία των δύο διχοτόμων είναι το άθροισμα δύο μισών γωνιών.* *Οι παραπληρωματικές έχουν άθροισμα 180^o, άρα τα μισά τους έχουν άθροισμα 90^o.* **Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση** Ο εκπαιδευτικός μπορεί να γενικεύσει την σχέση και άρα το θεώρημα ως εξής: Να ζητήσει από τους μαθητές να σχεδιάσουν δύο εφεξής συμπληρωματικές γωνίες και να διερευνήσουν για τη γωνία των διχοτόμων τους. Να ζητήσει από τους μαθητές να σχεδιάσουν γενικότερα δύο εφεξής γωνίες και να διερευνήσουν για τη γωνία των διχοτόμων τους.	
Γ4. Διερευνούν και αιτιολογούν τις ιδιότητες των σχημάτων με επαγωγικούς συλλογισμούς και (μη τυπικές) αποδείξεις (άθροισμα των γωνιών του τριγώνου, ιδιότητες των τετραπλεύρων, ταξινόμηση των τετραπλεύρων)	***Γεωμετρικά σχήματα*** • ανάλυση των βασικών γεωμετρικών σχημάτων σε στοιχεία και ιδιότητες ***Μέτρηση μήκους, μέτρηση***	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα με το άθροισμα γωνιών τριγώνου** Οι δραστηριότητες που προτείνονται σ΄ αυτό το μικροσενάριο είναι κατάλληλες για την αισθητοποίηση της έννοιας του αθροίσματος γωνιών τριγώνου. **Προτεινόμενη διδακτική πορεία** Σε πρώτη φάση καλεί ο εκπαιδευτικός έναν μαθητή στο διαδραστικό πίνακα για να μεταβάλλει τα μέτρα των γωνιών Β και Γ από τους αντίστοιχους δρομείς ώστε να παρατηρήσουν οι μαθητές ότι το άθροισμα των γωνιών είναι πάντα 180^o. Αν θέλει ο εκπαιδευτικός μπορεί από το μενού «Προβολή» να επιλέξει «Λογιστικό φύλλο» όπου οι μαθητές θα βλέπουν τα μέτρα των γωνιών και το άθροισμά τους. Σε δεύτερη φάση, καλεί ο εκπαιδευτικός μαθητές στον πίνακα για να διερευνήσουν προβλήματα όπως:	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6195?locale=el ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14350

Μ3. Υπολογίζουν γωνίες χρησιμοποιώντας ιδιότητες ή σχέσεις.	***γωνίας*** • μέτρηση με μη τυπικές και τυπικές μονάδες μέτρησης μήκους/γωνίας	Να εξετάσετε αν είναι δυνατόν όλες οι γωνίες να είναι ίσες. Να εξετάσετε αν είναι δυνατόν δύο γωνίες του (π.χ. οι Β και Γ) να είναι ορθές. Να εξετάσετε το άθροισμα των γωνιών Β και Γ όταν η γωνία Α γίνει ορθή. Πως μπορείτε να κατασκευάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο με κορυφή το Β; Πως μπορείτε να κατασκευάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κορυφή το Α; Πόσα ισοσκελή ορθογώνια τρίγωνα μπορείτε να κατασκευάσετε; Να εξετάσετε την περίπτωση κατά την οποία η γωνία Γ γίνεται τριπλάσια της Β. Πόσες τέτοιες περιπτώσεις υπάρχουν; Σε ποια από τις παραπάνω περιπτώσεις η γωνία Γ γίνεται 48°; Θα μπορούσατε να βρείτε στο τετράδιό σας τις 3 γωνίες του ΑΒΓ όταν Α=100° και Β=3Γ; **Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση** Ο διδάσκων μπορεί να επεκτείνει τις δραστηριότητες χρησιμοποιώντας την δυνατότητα του λογισμικού να κατασκευάζει την παράλληλη ευθεία από σημείο σε ευθύγραμμο τμήμα. Επιλέγοντας «Απόδειξη της εικασίας» εμφανίζεται η ευθεία (ε) που περνά από το α και είναι παράλληλη προς την ΒΓ. Ο διδάσκων με κατάλληλες ερωτήσεις όπως: «οι γωνίες που σχηματίστηκαν από την ευθεία (ε) και τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ γνωρίζουμε πόσο είναι και γιατί;», «πόσο είναι το άθροισμα των τριών διαδοχικών γωνιών στην κορυφή Α και γιατί;», μπορεί να καθοδηγήσει την ολομέλεια της τάξης στην απόδειξη της εικασίας. Σ' αυτήν την περίπτωση είναι μια καλή ευκαιρία να αναλύσει ο εκπαιδευτικός τι σημαίνει στα μαθηματικά εικασία (και γιατί αυτό που έκαναν στην πρώτη φάση ήταν τέτοια) και τι απόδειξη. Μια δεύτερη επέκταση που θα μπορούσε να υλοποιήσει ο εκπαιδευτικός, είναι να ζητήσει να υπολογίσουν οι μαθητές το άθροισμα των γωνιών ενός εξαγώνου και με τη βοήθεια του διδάσκοντα ίσως να γενικεύσουν σε ν-γωνα. Επιλέγει το κουτί «Εξάγωνο» και τους ζητά να υπολογίσουν το άθροισμα των γωνιών του. Ερωτήσεις όπως: «αν συνδέσετε το σημείο Α με τις κορυφές Γ, Δ και Ε, πόσα τρίγωνα δημιουργούνται και πώς μπορούν να σας βοηθήσουν να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών του εξαγώνου;» αναμένεται ότι θα βοηθήσουν στην πορεία της διερεύνησης.	

Γ1. Διερευνούν τα γεωμετρικά σχήματα και διαμορφώνουν ορισμούς. *Γ4.* Διερευνούν και αιτιολογούν τις ιδιότητες των σχημάτων με επαγωγικούς και (μη τυπικές) αποδείξεις (άθροισμα των γωνιών του τριγώνου, ιδιότητες των τετραπλεύρων, ταξινόμηση των τετραπλεύρων)	***Γεωμετρικά σχήματα*** • αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση των γεωμετρικών σχημάτων • ανάλυση των βασικών γεωμετρικών σχημάτων σε στοιχεία και ιδιότητες	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα με είδη τετραπλεύρων** Οι δραστηριότητες που προτείνονται σε αυτό το μικροσενάριο είναι κατάλληλες για την αισθητοποίηση της έννοιας 'ιδιότητα κλάσης γεωμετρικών σχημάτων' καθώς και εννοιών σχετικά με τα είδη των τετραπλεύρων, ιδιαίτερα δε των παραλληλογράμμων, και τις ιδιότητές τους. Η διδακτική πορεία αναλύεται σε δύο φάσεις, στην πρώτη ο διδάσκων ζητά από τους μαθητές να γράψουν μια απλή διαδικασία (πρόγραμμα) που κατασκευάζει ένα συγκεκριμένο παραλληλόγραμμο, και σηκώνει έναν μαθητή να το υλοποιήσει στον πίνακα. Εδώ θα γίνει συζήτηση για τον τρόπο με τον οποίο θα χρησιμοποιηθούν οι ιδιότητες του παραλληλογράμμου στην κατασκευή της διαδικασίας. Στη συνέχεια ζητά από τους μαθητές να σκεφτούν τις αλλαγές στον κώδικα ώστε να κατασκευαστεί ρόμβος, ορθογώνιο, τετράγωνο. Κάθε φορά ένα μαθητής ορίζει την αντίστοιχη διαδικασία και την εκτελεί. Στη δεύτερη φάση γίνεται εισαγωγή παραμέτρων σε κατάλληλα επιλεγμένα μεγέθη (μήκος και το πλήθος πλευρών, άνοιγμα γωνιών) οι μαθητές με τη βοήθεια των μεταβολέων μεταβάλλουν δυναμικά τα μεγέθη ώστε κάθε φορά να προκύπτει διαφορετικό είδος παραλληλογράμμου. Κατασκευάζουν δηλαδή μια διαδικασία για ένα γενικευμένο παραλληλόγραμμο. Ο διδάσκων ζητά τις διερευνήσεις να τις κάνει στον πίνακα ένας ή περισσότεροι μαθητές. **Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση** Ο εκπαιδευτικός μπορεί να επεκτείνει τις δραστηριότητες ζητώντας από τους μαθητές να κατασκευάσουν παραμετρικές διαδικασίες για κάθε είδος παραλληλογράμμου αφαιρώντας κάποια από τις παραμέτρους κάθε φορά. Εδώ είναι σημαντικό να φανεί ότι π.χ το τετράγωνο απαιτεί τον ελάχιστο αριθμό παραμέτρων (μία), το ορθογώνιο δύο όπως και ο ρόμβος. Συνίσταται ο εκπαιδευτικός να συμβουλευτεί το εγχειρίδιο του Χελωνόκοσμου ως προς το ορισμό και επαναορισμό παραμετρικών διαδικασιών πατώντας το αντίστοιχο κουμπί στην επιφάνεια εργασίας.	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/5600 ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/10661 
Γ5. Εφαρμόζουν τις γνώσεις των ιδιοτήτων των γεωμετρικών σχημάτων στην επίλυση	***Γεωμετρικά σχήματα*** κατασκευές και σχεδιασμός	**ΜΙΚΡΟΣΕΝΑΡΙΟ: Πειράματα με Tangram** Η σύνθεση περίπλοκων σχημάτων με την βοήθεια απλών γεωμετρικών σχημάτων ως δομικές μονάδες, αποτελεί έναν καλό τρόπο αξιοποίησης των γεωμετρικών γνώσεων και ικανοτήτων των μαθητών και παράλληλα μια ενδιαφέρουσα πηγή προβλημάτων με γεωμετρικό περιεχόμενο. Τα προβλήματα και η διαδικασία της	http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/6196?locale=el ή http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/

προβλημάτων. *Γ7.* Επιλύουν προβλήματα γεωμετρικών κατασκευών.	γεωμετρικών σχημάτων.	λύσης τους αποτελούν ένα σημαντικό παράγοντα ανάπτυξης μαθηματικών νοημάτων. Ιδιαίτερα όταν αυτά έχουν γεωμετρικό περιβάλλον και περιεχόμενο τα μαθηματικά νοήματα είναι περισσότερο κατανοητά και μπορούν να αποτελούν πηγή ανάπτυξης διαλόγων στην τάξη. **Μία προτεινόμενη διδακτική πορεία** Η διδακτική πορεία είναι χρήσιμο να αναλυθεί σε διακριτές φάσεις. Κατά την πρώτη φάση ο διδάσκων παρουσιάζει στον διαδραστικό πίνακα το μικροπείραμα «Τάνγκραμς[3]» και ζητεί από τους μαθητές να περιγράψουν την στρατηγική που απαιτείται για να συνθέσουν το σχήμα που προτείνεται στην «βοήθεια» του μικροπειράματος. Στη συνέχεια τους καλεί δε στον διαδραστικό πίνακα για να υλοποιήσουν την στρατηγική τους. Στην επόμενη φάση, οι μαθητές καλούνται να αναπτύξουν κατάλληλη στρατηγική για να συνθέσουν το κύριο σχήμα του μικροπειράματος. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να χωριστούν σε ομάδες και κάθε ομάδα να αναπτύξει την δική της στρατηγική την οποία θα εκθέσει στον διαδραστικό πίνακα μπροστά σε όλη την τάξη. **Επεκτασιμότητα / Περαιτέρω αξιοποίηση** Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να συνθέσουν και άλλα σύνθετα σχήματα με τη βοήθεια των ίδιων απλών σχημάτων.	14355